

**Escuela**

Escuela de Ingeniería y Tecnología

**Carrera:**

Ingeniería en Software

**Nombres y Matrículas:**

Solanlly María Cabral Sánchez – 100031345

Marino C. Fernández Mejía – 100031349

Darío Caonabo Ramírez Cadete - 100021240

Iván Torres Ramos – 100031780

**Materia:**

Estructura de datos y algoritmos

**Asignación:**

Árboles

**Facilitador:**

Maikel Aparicio

**Fecha:**

20 de marzo del 2022

**Van a Implementar las estructuras de datos y algoritmos indicados a continuación; el código fuente lo subirá a un repositorio Git y compartirá la url del repositorio.**

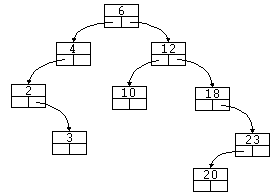
##### **Árboles binarios de búsqueda (Equipos I, II y III)**

* + Definición
  + Operaciones descritas en la bibliografía recomendada:
    - Buscar un elemento.
    - Insertar un elemento.
    - Borrar un elemento.
    - Movimientos a través del árbol:
      * Izquierda.
      * Derecha.
      * Raíz.
    - Información:
      * Comprobar si un árbol está vacío.
      * Calcular el número de nodos.
      * Comprobar si el nodo es hoja.
      * Calcular la altura de un nodo.
      * Calcular la altura de un árbol.

**Link del repositorio del proyecto de Árbol Binario 2**

[**https://github.com/SolanllyCabral/ArbolBinario2.git**](https://github.com/SolanllyCabral/ArbolBinario2.git)

**Definición**



**Árbol binario de búsqueda**

Se trata de árboles de orden 2 en los que se cumple que, para cada nodo, el valor de la clave de la raíz del subárbol izquierdo es menor que el valor de la clave del nodo y que el valor de la clave raíz del subárbol derecho es mayor que el valor de la clave del nodo.

## **1.0 Operaciones en ABB**

El repertorio de operaciones que se pueden realizar sobre un ABB es parecido al que realizábamos sobre otras estructuras de datos, más alguna otra propia de árboles:

* Buscar un elemento.
* Insertar un elemento.
* Borrar un elemento.
* Movimientos a través del árbol:
  + Izquierda.
  + Derecha.
  + Raíz.
* Información:
  + Comprobar si un árbol está vacío.
  + Calcular el número de nodos.
  + Comprobar si el nodo es hoja.
  + Calcular la altura de un nodo.
  + Calcular la altura de un árbol.

## **1.1 Buscar un elemento**

Partiendo siempre del nodo raíz, el modo de buscar un elemento se define de forma recursiva.

* Si el árbol está vacío, terminamos la búsqueda: el elemento no está en el árbol.
* Si el valor del nodo raíz es igual que el del elemento que buscamos, terminamos la búsqueda con éxito.
* Si el valor del nodo raíz es mayor que el elemento que buscamos, continuaremos la búsqueda en el árbol izquierdo.
* Si el valor del nodo raíz es menor que el elemento que buscamos, continuaremos la búsqueda en el árbol derecho.

El valor de retorno de una función de búsqueda en un ABB puede ser un puntero al nodo encontrado, o NULL, si no se ha encontrado.

## **1.2 Insertar un elemento**

Para insertar un elemento nos basamos en el algoritmo de búsqueda. Si el elemento está en el árbol no lo insertaremos. Si no lo está, lo insertaremos a continuación del último nodo visitado.

Necesitamos un puntero auxiliar para conservar una referencia al padre del nodo raíz actual. El valor inicial para ese puntero es NULL.

* Padre = NULL
* nodo = Raíz
* Bucle: mientras actual no sea un árbol vacío o hasta que se encuentre el elemento.
  + Si el valor del nodo raíz es mayor que el elemento que buscamos, continuaremos la búsqueda en el árbol izquierdo: Padre=nodo, nodo=nodo->izquierdo.
  + Si el valor del nodo raíz es menor que el elemento que buscamos, continuaremos la búsqueda en el árbol derecho: Padre=nodo, nodo=nodo->derecho.
* Si nodo no es NULL, el elemento está en el árbol, por lo tanto, salimos.
* Si Padre es NULL, el árbol estaba vacío, por lo tanto, el nuevo árbol sólo contendrá el nuevo elemento, que será la raíz del árbol.
* Si el elemento es menor que el Padre, entonces insertamos el nuevo elemento como un nuevo árbol izquierdo de Padre.
* Si el elemento es mayor que el Padre, entonces insertamos el nuevo elemento como un nuevo árbol derecho de Padre.

Este modo de actuar asegura que el árbol sigue siendo ABB.

## **1.3 Borrar un elemento**

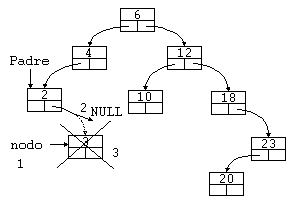
Para borrar un elemento también nos basamos en el algoritmo de búsqueda. Si el elemento no está en el árbol no lo podremos borrar. Si está, hay dos casos posibles:

1. Se trata de un nodo hoja: en ese caso lo borraremos directamente.
2. Se trata de un nodo rama: en ese caso no podemos eliminarlo, puesto que perderíamos todos los elementos del árbol de que el nodo actual es padre. En su lugar buscamos el nodo más a la izquierda del subárbol derecho, o el más a la derecha del subárbol izquierdo e intercambiamos sus valores. A continuación, eliminamos el nodo hoja.

Necesitamos un puntero auxiliar para conservar una referencia al padre del nodo raíz actual. El valor inicial para ese puntero es NULL.

* Padre = NULL
* Si el árbol está vacío: el elemento no está en el árbol, por lo tanto, salimos sin eliminar ningún elemento.
* Si el valor del nodo raíz es igual que el del elemento que buscamos, estamos ante uno de los siguientes casos:
  + El nodo raíz es un nodo hoja:
    - Si 'Padre' es NULL, el nodo raíz es el único del árbol, por lo tanto, el puntero al árbol debe ser NULL.
    - Si raíz es la rama derecha de 'Padre', hacemos que esa rama apunte a NULL.
    - Si raíz es la rama izquierda de 'Padre', hacemos que esa rama apunte a NULL.
    - Eliminamos el nodo, y salimos.
  + El nodo no es un nodo hoja:
    - Buscamos el 'nodo' más a la izquierda del árbol derecho de raíz o el más a la derecha del árbol izquierdo. Hay que tener en cuenta que puede que sólo exista uno de esos árboles. Al mismo tiempo, actualizamos 'Padre' para que apunte al padre de 'nodo'.
    - Intercambiamos los elementos de los nodos raíz y 'nodo'.
    - Borramos el nodo 'nodo'. Esto significa volver a, ya que puede suceder que 'nodo' no sea un nodo hoja. (Ver ejemplo 3)
* Si el valor del nodo raíz es mayor que el elemento que buscamos, continuaremos la búsqueda en el árbol izquierdo.
* Si el valor del nodo raíz es menor que el elemento que buscamos, continuaremos la búsqueda en el árbol derecho.

**Ejemplo 1: Borrar un nodo hoja**

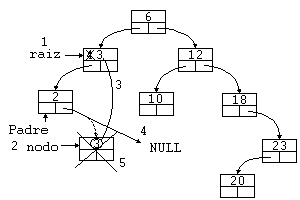


Borrar un nodo hoja

En el árbol de ejemplo, borrar el nodo 3.

1. Localizamos el nodo a borrar, al tiempo que mantenemos un puntero a 'Padre'.
2. Hacemos que el puntero de 'Padre' que apuntaba a 'nodo', ahora apunte a NULL.
3. Borramos el 'nodo'.

**Ejemplo 2: Borrar un nodo rama con intercambio de un nodo hoja**

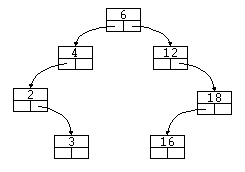


Borrar con intercambio de nodo hoja

En el árbol de ejemplo, borrar el nodo 4.

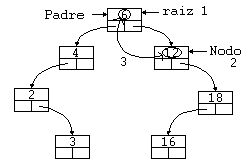
1. Localizamos el nodo a borrar ('raíz').
2. Buscamos el nodo más a la derecha del árbol izquierdo de 'raíz', en este caso el 3, al tiempo que mantenemos un puntero a 'Padre' a 'nodo'.
3. Intercambiamos los elementos 3 y 4.
4. Hacemos que el puntero de 'Padre' que apuntaba a 'nodo', ahora apunte a NULL.
5. Borramos el 'nodo'.

### Ejemplo 3: Borrar un nodo rama con intercambio de un nodo rama



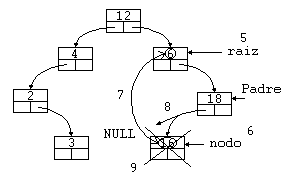
Árbol binario de búsqueda

Para este ejemplo usaremos otro árbol. En éste borraremos el elemento 6.



Borrar con intercambio de nodo rama (1)

1. Localizamos el nodo a borrar ('raíz').
2. Buscamos el nodo más a la izquierda del árbol derecho de 'raíz', en este caso el 12, ya que el árbol derecho no tiene nodos a su izquierda, si optamos por la rama izquierda, estaremos en un caso análogo. Al mismo tiempo que mantenemos un puntero a 'Padre' a 'nodo'.
3. Intercambiamos los elementos 6 y 12.
4. Ahora tenemos que repetir el bucle para el nodo 6 de nuevo, ya que no podemos eliminarlo.
5. Localizamos de nuevo el nodo a borrar ('raíz').
6. Buscamos el nodo más a la izquierda del árbol derecho de 'raíz', en este caso el 16, al mismo tiempo que mantenemos un puntero a 'Padre' a 'nodo'.
7. Intercambiamos los elementos 6 y 16.



Borrar con intercambio de nodo rama (2)

1. Hacemos que el puntero de 'Padre' que apuntaba a 'nodo', ahora apunte a NULL.
2. Borramos el 'nodo'.

Este modo de actuar asegura que el árbol sigue siendo ABB.

## **1.4 Movimientos a través del árbol**

No hay mucho que contar. Nuestra estructura se referenciará siempre mediante un puntero al nodo Raíz, este puntero no debe perderse nunca.

Para movernos a través del árbol usaremos punteros auxiliares, de modo que desde cualquier puntero los movimientos posibles serán: moverse al nodo raíz de la rama izquierda, moverse al nodo raíz de la rama derecha o moverse al nodo Raíz del árbol.

## **1.5 Información**

Hay varios parámetros que podemos calcular o medir dentro de un árbol. Algunos de ellos nos darán idea de lo eficientemente que está organizado o el modo en que funciona.

**Comprobar si un árbol está vacío**

Un árbol está vacío si su raíz es NULL.

**Calcular el número de nodos.**

Tenemos dos opciones para hacer esto, una es llevar siempre la cuenta de nodos en el árbol al mismo tiempo que se añaden o eliminan elementos. La otra es, sencillamente, contarlos.

Para contar los nodos podemos recurrir a cualquiera de los tres modos de recorrer el árbol: inorden, preorden o postorden, como acción sencillamente incrementamos el contador.

**Comprobar si el nodo es hoja**

Esto es muy sencillo, basta con comprobar si tanto el árbol izquierdo como el derecho están vacíos. Si ambos lo están, se trata de un nodo hoja.

**Calcular la altura de un nodo**

No hay un modo directo de hacer esto, ya que no nos es posible recorrer el árbol en la dirección de la raíz. De modo que tendremos que recurrir a otra técnica para calcular la altura.

Lo que haremos es buscar el elemento del nodo de que queremos averiguar la altura. Cada vez que avancemos un nodo incrementamos la variable que contendrá la altura del nodo.

* Empezamos con el nodo raíz apuntando a Raíz, y la 'Altura' igual a cero.
* Si el valor del nodo raíz es igual que el del elemento que buscamos, terminamos la búsqueda y el valor de la altura es 'Altura'.
* Incrementamos 'Altura'.
* Si el valor del nodo raíz es mayor que el elemento que buscamos, continuaremos la búsqueda en el árbol izquierdo.
* Si el valor del nodo raíz es menor que el elemento que buscamos, continuaremos la búsqueda en el árbol derecho.

**Calcular la altura de un árbol**

La altura del árbol es la altura del nodo de mayor altura. Para buscar este valor tendremos que recorrer todo el árbol, de nuevo es indiferente el tipo de recorrido que hagamos, cada vez que cambiemos de nivel incrementamos la variable que contiene la altura del nodo actual, cuando lleguemos a un nodo hoja compararemos su altura con la variable que contiene la altura del árbol si es mayor, actualizamos la altura del árbol.

* Iniciamos un recorrido del árbol en postorden, con la variable de altura igual a cero.
* Cada vez que empecemos a recorrer una nueva rama, incrementamos la altura para ese nodo.
* Después de procesar las dos ramas, verificamos si la altura del nodo es mayor que la variable que almacena la altura actual del árbol, si es así, actualizamos esa variable.